Lietuvos mokinių informatikos olimpiada

2011 m. lapkričio 18 d.

Uždavinių sprendimai

Vilniečio kortelė (uždavinys VIII-IX klasėms). Kadangi dienos, kuriomis Justas aktyvuoja bilietus yra išrikiuotos didėjimo tvarka, šis uždavinys sprendžiamas duomenų skaitymo metu.

Nuosekliai skaitant dienas tereikia tikrinti, ar bilietas dar galioja, o jeigu ne, padidinti dienų, kada Justas važinėjo „zuikiu“, skaitliuką. Reikia tvarkingai apdoroti pirmąsias ir paskutiniąsias aktyvavimo dienas iš nagrinėjamo dienų intervalo.

Žemiau pateiktas uždavinį sprendžiančios programos pseudo kodas.

```
nebegaliojaNuo ← 1
zuikiu ← 0
read n
read visoDienu
for i ← 1 to n
    do
        read aktyvavimoDiena
        if nebegaliojaNuo ≤ aktyvavimoDiena
          then
              zuikiu ← zuikiu + aktyvavimoDiena − nebegaliojaNuo
              nebegaliojaNuo ← aktyvavimoDiena +10
if nebegaliojaNuo ≤ visoDienu
   then zuikiu ← zuikiu + visoDienu − nebegaliojaNuo +1
print zuikiu
```

Keltuvas (uždavinys VIII-XII klasėms). Suskaičiuoti, kiek žmonių yra keltuve trukdo tai, kad 2×2 langelių dydžio kvadratėliai gali persidengti. Tačiau žinodami aktyvuotų taškų skaičių galime įvertinti, kiek daugiausiai ir mažiausiai žmonių gali būti keltuve. Jeigu kameros matricoje aktyvuota T taškų, o keltuvu leidžiama keltis nedaugiau nei N žmonių, uždavinį galima spręsti žemiau nurodytu būdu.

Mažiausiai žmonių keltuve bus tada, jeigu juos vaizduojantys kvadratėliai bus nepersidengę, t.y. kiekvienas žmogus aktyvuos lygiai 4 taškus. Tačiau gali būti, kad aktyvuotų taškų skaičius nesidalina iš 4, taigi dalindami apvaliname į viršų:

$$min = (T + 3) \text{ div } 4 \tag{1}$$

Daugiausiai žmonių keltuve bus tada, kai jie bus maksimaliai persidengę. Tačiau persidengti daugiau kaip vienas taškas iš kiekvieno kvadratėlio negali. Tai reiškia, kad daugiau kaip du kvadratėliai tame pačiame taške persidengti negali: jei trys kvadratėliai persidengtų tame pačiame taške, tai tie trys kvadratėliai persidengtų būtinai daugiau nei viename taške, kas prieštarauja sąlygai.

Kitaip sakant kvadratėliai gali persidengti tik poromis ir maksimalus persidengimas gaunamas tada, kai visi kvadratėliai suskirstyti poromis (jei kvadratėlių skaičius nelyginis, lieka vienas kvadratėlis be poros) ir visos poros persidengia viename kiekvienai porai bendrame taške.

Kai du kvadratėliai persidengia, jie aktyvuoja lygiai 7 matricos taškus. Gali būti taip, kad aktyvuotų taškų skaičius nesidalins iš 7, tada reikia analizuoti dalybos iš 7 liekaną, kuri gali įgyti reikšmes nuo 0 iki 6. Jeigu lieka 4 arba daugiau aktyvuoti taškai, čia dar galime „sutalpinti“ vieną žmogų. Taigi:

$$max = (T \text{ div } 7) \times 2 + (T \text{ mod } 7) \text{ div } 4 \tag{2}$$

Žinant, kiek mažiausiai ir kiek daugiausiai žmonių gali būti keltuve, nesunku įvertinti, ar keltuvui galima saugiai keltis ($max \leq N$), ar keltis nesaugu ($min > N$), ar operatoriui žmones skaičiuoti teks rankiniu būdu ($min \leq N < max$).

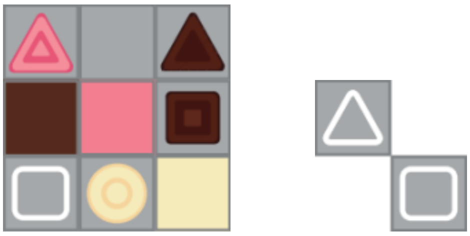
Eilėraštis (uždavinys X-XII klasėms). Šiam uždaviniui spręsti reikia:

1. Mokėti efektyviai patikrinti, ar duota raidė yra balsis ar priebalsis. Kadangi balsių yra tik 6, tam galima atlikti 6 palyginimus. Tačiau efektyviau yra naudoti fiksuoto ilgio loginių kintamųjų masyvą, kuriame pagal raidės kodą išsaugota, ar atitinkama raidė yra balsis ar priebalsis. Tada patikrinimą galima atlikti vienu kreipiniu į masyvą.
2. Išskirti paskutinį žodį kiekvienoje eilutėje. Tam užtenka surasti paskutinį tarpo simbolį eilutėje, po kurio dar yra nors viena raidė.
3. Suskaičiuoti, kiek kartų žodyje balsis eina iškart po priebalsio. Jeigu žodis prasideda priebalsiu, šis skaičius ir bus skiemenų skaičius, o jeigu žodis prasideda balsiu, reikia įskaičiuoti ir pirmąjį skiemenį. Nėra svarbu, ar žodis baigiasi balsiu ar priebalsiu, nebent žodyje nėra balsių – tuomet žodis turės lygiai vieną skiemenį.
4. Patikrinti, ar kiekvienos eilutės paskutinis žodis turi tiek pat skiemenų, kiek turi pirmosios eilutės paskutinis žodis.

Žemiau pateikiame procedūrą, kuri suskaičiuoja, kiek skiemenų turi žodis.

```
SKIEMENUSKAICIUS(zodis)
kiekis ← 0
priebalsis ← TRUE
ilgis ← LENGTH(zodis)
for i ← 1 to ilgis
      do
         if zodis[i] ∈ (‘a‘, ‘e‘, ‘i‘, ‘y‘, ‘o‘, ‘u‘)
            then
                 if priebalsis
                    then kiekis ← kiekis +1
                 priebalsis ← FALSE
            else
                 priebalsis ← TRUE
if kiekis = 0
   then kiekis ← 1
return kiekis
```

Šokoladinių saldainių fabrikas (teorinis uždavinys VIII-IX klasėms). Duotoms užuominų kortelėms (1 pav.) egzistuoja tik du būdai išdėlioti saldainius taip, kad jų kombinacija neprieštarautų užuominoms.



1 pav.: dvi užuominų kortelės iš sąlygos.

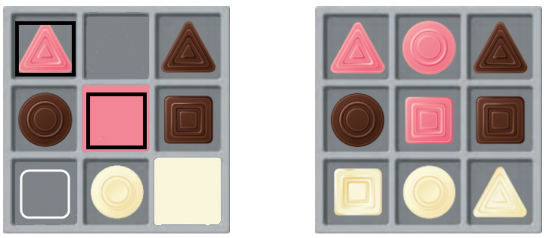
Analizuodami kairiąją užuominą iš karto galime pastebėti, kad rudos spalvos langelyje yra apvalus šokoladas.

2 pav.: žinoma rudojo apvalaus šokolado vieta.

Štai keletas pastebėjimų, kurie padeda išspręsti šią konfigūraciją:

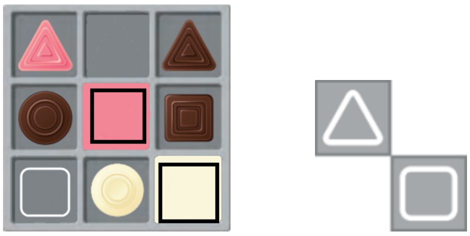
Mažesnioji užuomina gali būti tik trijose pozicijose — įsprausta į viršutinį kairįjį arba apatinį dešinįjį kampą, o taip pat prispausta prie viršutinio dešiniojo kampo (žr. pav. žemiau). Ji negali būti prispausta prie apatinio kairiojo kampo, nes kvadratinės formos kontūras prieštarautų jau tikrai ten esančiam apvaliam baltojo šokolado saldainiui.

Jeigu ją įsprausime į viršutinį kairįjį kampą (3 pav.), tai žinosime visų kvadrato formos saldainių pozicijas ir spalvas, o juos sudėliojus jau lengva nuspręsti, kur bus baltojo šokolado trikampio formos saldainis, o tada ir likę du apvalūs saldainiai.



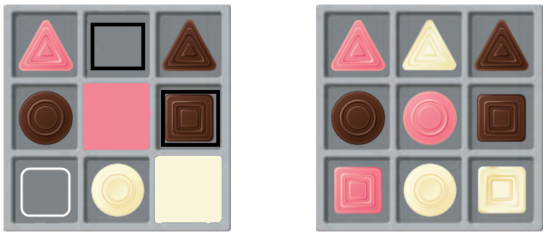
3 pav.: Radome vieną sprendinį.

Jeigu ją įsprausime į apatinį dešinįjį kampą, gausime kad dėžutėje yra du rožinės spalvos trikampio formos saldainiai, o tai prieštarauja uždavinio sąlygai.



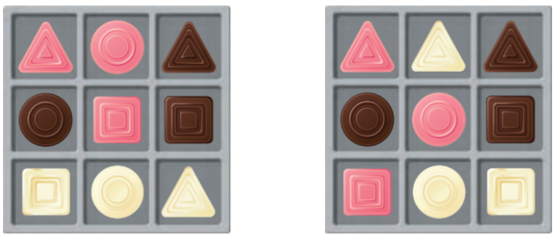
4 pav.: Toks sprendinys negalimas: gauname du trikampius rožinius saldainius.

Jeigu mažąją užuominą priglausime prie viršutinio dešiniojo kampo, rasime visų trikampio formos saldainių pozicijas ir spalvas, o tada jau vienareikšmiškai galime sudėlioti visus likusius saldainius (žr. 5 pav.).



5 pav.: Radome vieną sprendinį.

Atsakymas. Turime dvi saldainių tvarkas, kurios neprieštarauja užuominoms (žr. 6 pav.).



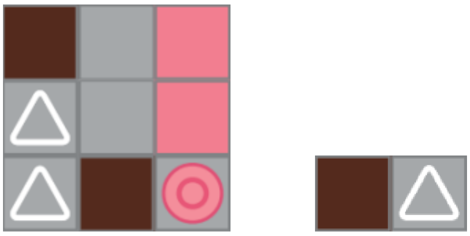
6 pav.: du galimi šokoladinių saldainių išdėliojimo būdai.

Šokoladinių saldainių fabrikas (teorinis uždavinys X-XII klasėms). Duotoms užuominų kortelėms (7 pav.) neegzistuoja nei vieno būdo išdėlioti saldainius taip, kad jų kombinacija neprieštarautų užuominoms.

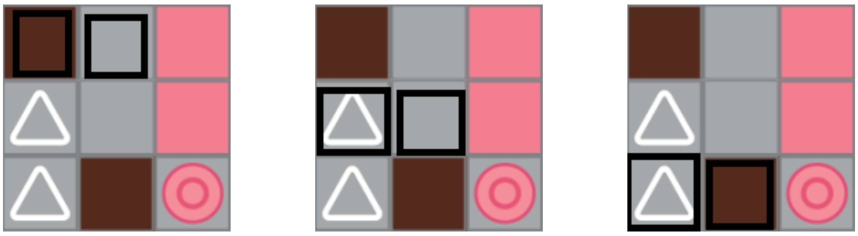
Mažesniąją užuominą galima glausti prie kairiojo arba prie dešiniojo dežutės krašto.

Jei mažąją užuominą glaudžiame prie kairiojo krašto, gauname vieną iš trijų variantų (8 pav.) Tačiau nei vienas šis variantas negalimas. Visi rožiniai saldainiai, taip pat ir trikampis privalo būti dešiniajame stulpelyje. Tuo tarpu šiuo atveju visi trys trikampiai saldainiai atsiduria kairiajame bei viduriniajame stulpelyje. Gauname prieštaravimą.

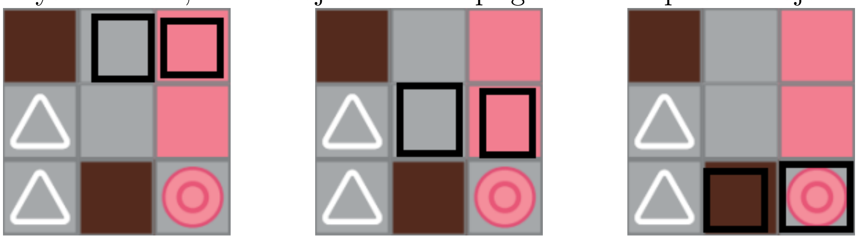
Pamėginkime priglausti mažąją užuominą prie dešiniojo krašto (9 pav.). Iš karto matome, kad užuomina negali būti apatiniame dešiniąjame kampe. Likusiais dviem atvejais žinome,



7 pav.: dvi užuominų kortelės iš sąlygos.



8 pav.: trys variantai, kai mažoji užuomina priglaudžiama prie kairiojo dėžutės krašto.



9 pav.: trys variantai, kai mažoji užuomina priglaudžiama prie dešiniojo dėžutės krašto.

kokios spalvos šokoladiniai saldainiai yra kiekviename iš dėžutės langelių. Matome, kad abiem atvejais dviejose iš trijų baltojo šokolado saldainių pozicijų yra trikampio formos saldainių kontūrai, o tai prieštarauja tam, kad visi vienos spalvos saldainiai turi būti skirtingų formų.

Atsakymas. Neegzistuoja tokia saldainių tvarka, kuri neprieštarautų užuominoms.