Dvi progresijos

Nesunku pastebėti, kad iš abiejose progresijose esančių vienodų elementų galima sudaryti naują aritmetinę progresiją, kurios skirtumas – duotųjų aritmetinių progresijų skirtumų mažiausias bendrasis kartotinis, o pirmasis narys – pirmasis sutampantis abiejų progresijų narys.

Tuo nesunku įsitikinti. Duotųjų progresijų pirmasis sutampantis narys yra 21; antrasis pirmosios progresijos sutampantis narys yra $21 + 4k$ (nes jos skirtumas – 4), o antrosios – $21 + 5m$ (nes jos skirtumas – 5), vadinasi $4 \times k = 5 \times m$. Akivaizdu, kad $k = 5$, $m = 4$, nes 4 ir 5 didžiausias bendrasis daliklis yra 1. Tokiu būdu gauname naują aritmetinę progresiją, kurios pirmasis narys yra 21, o skirtumas lygus 20.

Ieškoma suma lygi naujos progresijos pirmųjų n narių sumai. Ji gaunama pagal formulę:

$$S = \frac{2p_1 + d(n-1)}{2}$$

čia p_1 – pirmasis progresijos narys, d – skirtumas.

Rašydami algoritmą pasinaudosime dviem funkcijomis, kurios padės surasti mažiausią bendrąjį kartotinį:

```
function dbd (x, y: integer): integer;
{ didžiausias bendrasis daliklis }
begin
  if x = 0
     then dbd := y
     else dbd := dbd (y mod x, x)
end;

function  mbk (x, y: integer): integer;
{ mažiausias bendrasis kartotinis }
begin
  mbk := x div dbd (x, y) * y
end;
```

Pateikiame algoritmą, ieškantį naujos progresijos pirmųjų narių sumos:

```
function suma (n: integer): integer;
  var a,              { pirmos progresijos pirmasis narys }
      da, db,         { bei abiejų progresijų skirtumai }
      narys,          { naujos progresijos pirmasis narys }
      d: integer;  { naujos progresijos skirtumas }
begin
  a := 17; da := 4;   { pirmoji progresija }
  db := 5;            { antroji progresija }
  d := mbk (da, db);
  narys := a + da;    { žinome, kad sutampa antrieji progresijų nariai }
  suma := (2 * narys + d * (n - 1)) div 2 * n
end;
```