



Sprendimai: Dvejetainiai skaičiai

Uždavinio formuluotė jaunesnių ir vyresnių grupėms skiriasi tik skaičiaus N ribojimu. Jaunesniems duotas konkretus skaičius $N = 348$, o vyresniems N gali būti bet koks.

Todėl spręsimė bendrą uždavinį ir iliustruosime jaunesnių grupės pavyzdžiu. Žemiau pateiktas labai išsamus sprendimas su daugeliu pavyzdžių. Geras mokinio sprendimas gali būti daug lakoniškesnis, gali būti užrašytas matematiškiau, svarbu, kad nebūtų praleistas (suklysta) kuris nors esminis momentas.

Artimiausią mažesnę ir artimiausią didesnę skaičių, kurių užrašė dvejetainė sistema būtų tiek pat vienetų, kiek skaičiaus N užrašė, galima rasti perrenkant visus mažesnius ir didesnius už N skaičius, pradedant $N - 1$ bei $N + 1$ mažėjimo ar didėjimo tvarka kol rasime sprendinį. Tokia strategija nėra efektyviausia, tačiau dalis taškų turėtų būti skiriama.

Pirmasis žingsnis – užrašyti N dvejetainė sistema: $N = 348_{10} = 101011100_2$.

Pastebėkime, kad ir kokie būtų ieškomi skaičiai, juos galima gauti perstačius tam tikrus vienetus ir nulius dvejetainiame N užrašė. Šitaip tenkinama uždavinio sąlyga, kad vienetų skaičius išliktų tas pats.

Taigi, reikia nustatyti kurį vienetuką keisti su kuriuo nuliuku.

Panagrinėkime, kas nutinka, jeigu:

- **Fiksuojame bet kurį vienetuką ir jį keičiame su dešiniau esančiais nuliukais:**

Pavyzdžiui, fiksuojame 3-čią iš kairės vienetuką ir keičiame su kiekvienu iš trijų dešiniau esančių nuliukų:

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 3 ir 4 sktm.} \rightarrow 100111100_2 = 316_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 3 ir 8 sktm.} \rightarrow 100011110_2 = 286_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 3 ir 9 sktm.} \rightarrow 100011101_2 = 285_{10}$$

Matome, kad vienetą keičiant su dešiniau esančiu noliu skaičius sumažės, o kuo keičiamas nulis bus arčiau vieneto, tuo artimesni bus skaičiai.

- **Fiksuojame bet kurį vienetuką ir jį keičiame su kairiau esančiais nuliukais:**

Pavyzdžiui, fiksuojame 5-tą iš kairės vienetuką ir keičiame su kiekvienu iš dviejų kairiau esančių nuliukų:

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 5 ir 2 sktm.} \rightarrow 111001100_2 = 460_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 5 ir 4 sktm.} \rightarrow 101101100_2 = 364_{10}$$

Matome, kad vienetą keičiant su kairiau esančiu noliu skaičius didės, o kuo keičiamas nulis bus arčiau vieneto, tuo artimesni bus skaičiai.

- **Fiksuojame bet kurį nuliuką ir jį keičiame su kairiau esančiais vienetukais:**

Pavyzdžiui, fiksuojame 4-tą iš kairės nuliuką ir keičiame su kiekvienu iš dviejų kairiau esančių vienetukų:

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 1 ir 4 sktm.} \rightarrow 001111100_2 = 124_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 3 ir 4 sktm.} \rightarrow 100111100_2 = 316_{10}$$



Matome, kad nulį keičiant su kairiau esančiu vienetu skaičius sumažės, o kuo keičiamas nulis bus arčiau vieneto, tuo artimesni bus skaičiai.

- **Fiksuojame bet kurį nuliuką ir jį keičiame su dešiniau esančiais vienetukais:**

Pavyzdžiui, fiksuojame 4-tą iš kairės nuliuką ir keičiame su kiekvienu iš dviejų kairiau esančių vienetukų:

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 4 ir 5 sktm.} \rightarrow 101101100_2 = 364_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 4 ir 6 sktm.} \rightarrow 101110100_2 = 372_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 4 ir 7 sktm.} \rightarrow 101111000_2 = 376_{10}$$

Matome, kad nulį keičiant su dešiniau esančiu vienetu skaičius didės, o kuo keičiamas nulis bus arčiau vieneto, tuo artimesni bus skaičiai.

Matome, kad perstatę vienetą iš j -tosios pozicijos į i -tąją, kur $j > i$, gauname skaičių $N' = N - 2^j + 2^i$, t.y. skaičius sumažėja, nes $N' < N$. Analogiškai, perstačius vienetą iš j -tosios pozicijos į i -tąją, kur $j < i$, skaičius padidėja, nes $N' > N$.

Išanalizavę pavyzdžius aukščiau matome, kad **būtinai turime keisti tik gretimas nuliukų ir vienetukų poras**. Tačiau gretimų porų gali būti ne vieną. Kurią pasirinkti?

Panagrinėkime kas vyks keičiant įvairias gretimas poras mūsų pavyzdžio atveju:

- **Skaičių didiname, t.y. vienetą keičiamas su kairiau esančiu nuliu**

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 0 ir 1 sktm.} \rightarrow 1001011100_2 = 604_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 2 ir 3 sktm.} \rightarrow 110011100_2 = 412_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 4 ir 5 sktm.} \rightarrow 101101100_2 = 364_{10}$$

Matome, kad kuo mažesnės vertės sukeičiami skaitmenys, tuo gaunamas skaičius artimesnis N .

- **Skaičių mažiname, t.y. vienetą keičiamas su dešiniau esančiu nuliu**

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 1 ir 2 sktm.} \rightarrow 011011100_2 = 220_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 3 ir 4 sktm.} \rightarrow 100111100_2 = 316_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 7 ir 8 sktm.} \rightarrow 101011010_2 = 346_{10}$$

Matome, kad kuo mažesnės vertės sukeičiami skaitmenys, tuo gaunamas skaičius artimesnis N .

Matome, kad nepriklausomai nuo to, ar ieškome didesnio, ar mažesnio skaičiaus, turime keisti kuo mažesnės vertės gretimus skaitmenis: taip gausime skaičius, artimesnius N .

Grįžkime prie pavyzdžio:

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 7 ir 8 sktm.} \rightarrow 101011010_2 = 346_{10}$$

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 4 ir 5 sktm.} \rightarrow 101101100_2 = 364_{10}$$



Ar tikrai radome ieškomus sprendinius? Jei liko skaitmenų mažesniuose skyriuose nei vyko keitimas, juos galime sudėti kaip norime, nes sąlyga, kad naujasis skaičius turi būti mažesnis jau yra tenkinama keitimu. Logiška, jog iš mažesnių skyrių norėtume sudėti kuo įmanoma didesnę skaičių, nes šitaip jis bus artimesnis pradiniam N . Todėl, jei ten buvo vienetų, perstatykime juos taip, kad šie užimtų didesnius skyrius – iškart dešiniau po keitimo.

Analogiškai, likę vienetukai mažesniuose skyriuose perstatomi į mažiausius skyrius – į patį skaičiaus galą.

Grįžkime prie pavyzdžio. Ieškome artimiausio mažesnio skaičiaus:

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 7 ir 8 sktm.} \rightarrow 101011010_2 = 346_{10}$$

Neliko vienetukų mažesniuose skyriuose, nei padarėme sukeitimą, tad gautas skaičius ir yra ieškomasis: $M_1 = 101011010_2 = 346_{10}$.

Ieškome artimiausio didesnio skaičiaus:

$$N = 348_{10} = 101011100_2 \rightarrow \text{keičiami 4 ir 5 sktm.} \rightarrow 101101100_2 = 364_{10}$$

Atliekame pastūmimą, 6-oje ir 7-oje pozicijose esančius vienetukus stumiame į 8-tą ir 9-tą pozicijas (t.y. sukeičiame su ten esančiais nuliukais):

$$101101100_2 = 364_{10} \rightarrow M_2 = 101100011_2 = 355_{10}.$$

Atkreipkite dėmesį, jei skaičiaus N užrašė dvejetainė sistema yra tik vienetai, mažesnis skaičius neegzistuoja. Taip pat, kad galėtume įvykdyti didesnio skaičiaus radimo algoritmo žingsnius, N dvejetainio užrašo pradžioje reikės prirašyti nulį (tai jau parodyta pavyzdyje aukščiau).

Rezultatai. Jaunesnių grupės užd. ieškomi skaičiai yra tokie:

$$M_1 = 101011010_2 = 346_{10}$$

$$M_2 = 101100011_2 = 355_{10}$$